

Formelsammlung

Grundlagen der Hochfrequenztechnik (LB)
Hochfrequenztechnik (LB)

Copyright © Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Detlefsen 1998–2006

Beschreibung Formelsammlung zu den Vorlesungen »Grundlagen der Hochfrequenztechnik« im 4. Semester und »Hochfrequenztechnik« im 5. Semester des Studienganges für das Lehramt an Beruflichen Schulen (LB) mit Schwerpunkt Elektrotechnik.

Herausgeber Fachgebiet HFS
des Lehrstuhls für Hochfrequenztechnik
der Technischen Universität München

Bezugsquelle <http://www.hfs.ei.tum.de/ext/d04/download.html>

Bearbeitung Uwe Siart (uwe.siart@tum.de)

Ausgabe Version 2.82 vom 16. April 2006

Literatur Detlefsen, J. ; Siart, U.: Grundlagen der Hochfrequenztechnik.
München : Oldenbourg, 2003

Inhaltsverzeichnis

1	Elektromagnetische Wellen	3
1.1	Vektoranalytische Operationen	3
1.2	Koordinatensysteme	3
1.3	Maxwellsche Gleichungen	5
1.4	Skineffekt	6
1.5	Ebene Wellen	6
1.6	Leitungstheorie	7
2	Elektrische Werkstoffe und Bauelemente bei höheren Frequenzen	10
2.1	Leiter und Widerstände	10
2.2	Kondensatoren	11
2.3	Induktivitäten	11
3	Passive lineare Schaltungen	12
3.1	Transformationsschaltungen bei einer Frequenz	12
3.2	Resonanzschaltungen	13
4	Elektromagnetische Wellen im Freiraum	14
4.1	Verlustbehaftete Medien	14
4.2	Reflexion an Grenzflächen	14
4.3	Hohlleiterwellen	15
4.4	Antennen	16
4.5	Freiraumausbreitung	18
4.6	Brechung und Reflexion in der Atmosphäre	19
4.7	Beugung	19
5	Aufbau von Sendern und Empfängern	19
5.1	Nichtlineare Kennlinien	19
5.2	Mischer	20
5.3	Schwingungserzeugung	20
5.4	Hochfrequenzverstärker	21
5.5	Rauschen	22

1 Elektromagnetische Wellen

1.1 Vektoranalytische Operationen

Skalarprodukt (inneres Produkt):

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Vektorprodukt (Kreuzprodukt):

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

Rotation (Wirbeldichte) eines Vektorfeldes \vec{A} (in kartesischen Koordinaten):

$$\text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Divergenz (Quellendichte) eines Vektorfeldes \vec{A} (in kartesischen Koordinaten):

$$\text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Gradient eines skalaren Feldes U (in kartesischen Koordinaten):

$$\text{grad } U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z$$

Laplace-Operator (in kartesischen Koordinaten):

$$\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

1.2 Koordinatensysteme

Zylinderkoordinaten:

$$\begin{aligned} \vec{e}_r &= \cos \varphi \cdot \vec{e}_x + \sin \varphi \cdot \vec{e}_y \\ \vec{e}_\varphi &= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_x + \cos \varphi \cdot \vec{e}_y \\ \vec{e}_z &= \vec{e}_z \end{aligned}$$

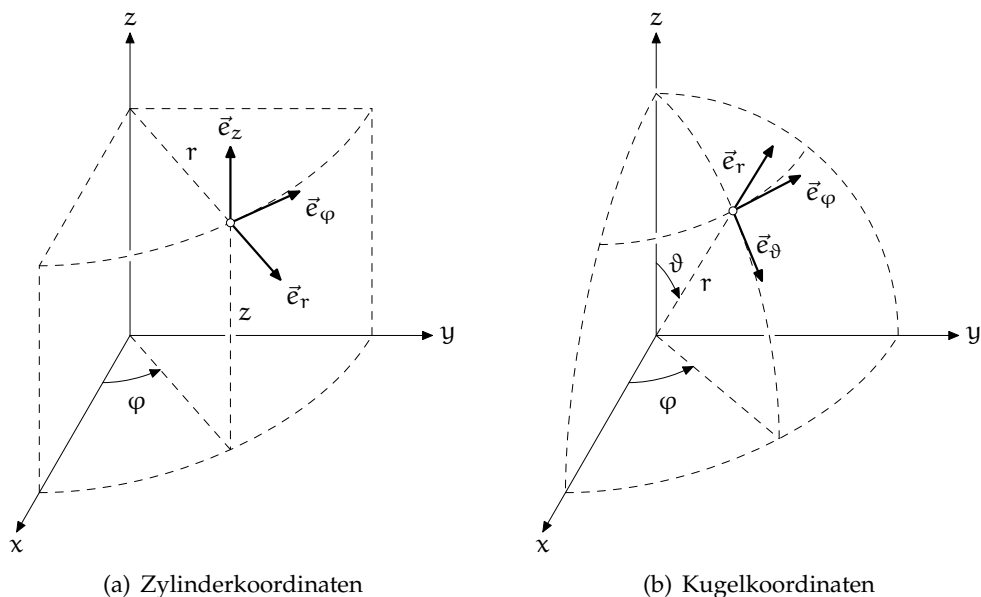


Abb. 1: Wichtige krummlinige Koordinatensysteme

Kugelkoordinaten:

$$\begin{aligned} \vec{e}_r &= \sin \vartheta (\cos \varphi \cdot \vec{e}_x + \sin \varphi \cdot \vec{e}_y) + \cos \vartheta \cdot \vec{e}_z \\ \vec{e}_\vartheta &= \cos \vartheta (\cos \varphi \cdot \vec{e}_x + \sin \varphi \cdot \vec{e}_y) - \sin \vartheta \cdot \vec{e}_z \\ \vec{e}_\varphi &= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_x + \cos \varphi \cdot \vec{e}_y \end{aligned}$$

In Tabelle 1 sind die vektoriellen Flächenelemente $d\vec{A} = dA \cdot \vec{n}$ angeführt, die zu Koordinatenflächen gehören, d. h. deren Normaleneinheitsvektoren \vec{n} in Richtung der Koordinateneinheitsvektoren \vec{e}_v zeigen. In allen anderen Fällen ist $d\vec{A}$ z. B. über die Parameterdarstellung der jeweiligen Fläche zu berechnen.

Tabelle 1: Infinitesimale Kurven-, Flächen- und Volumenelemente

	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
Kurvenelement	$d\vec{s} = dr \vec{e}_r + (r d\varphi) \vec{e}_\varphi + dz \vec{e}_z$	$d\vec{s} = dr \vec{e}_r + (r d\vartheta) \vec{e}_\vartheta + (r \sin \vartheta d\varphi) \vec{e}_\varphi$
Flächenelement	$d\vec{A} = r d\varphi dz \vec{e}_r$ $d\vec{A} = dr dz \vec{e}_\varphi$ $d\vec{A} = r dr d\varphi \vec{e}_z$	$d\vec{A} = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \vec{e}_r$ $d\vec{A} = r \sin \vartheta dr d\varphi \vec{e}_\vartheta$ $d\vec{A} = r dr d\vartheta \vec{e}_\varphi$
Volumenelement	$dV = r dr d\varphi dz$	$dV = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$

1.3 Maxwellsche Gleichungen

Induktionsgesetz in Integralform:

$$-\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = j\omega\mu \iint_A \vec{H} \cdot d\vec{A}$$

Durchflutungsgesetz in Integralform:

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \underbrace{\iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A}}_{\text{freier Strom } I} + j\omega\varepsilon \underbrace{\iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}}_{\text{Verschiebungsstrom } I_v}$$

A bezeichnet eine beliebige aber einfach zusammenhängende Fläche im Raum und ∂A deren geschlossene Berandungskurve. Die Orientierungen von A und ∂A sind so zu wählen, dass der Umlauf ∂A und die vektoriellen Flächenelemente $d\vec{A}$ eine Rechtsschraube bilden.

Induktionsgesetz in Differenzialform:

$$-\text{rot } \vec{E} = j\omega\mu\vec{H} \quad (1)$$

Durchflutungsgesetz in Differenzialform:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega\varepsilon\vec{E} = \vec{J} + \vec{J}_v \quad (2)$$

Quellen des magnetischen Feldes:

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (3)$$

Quellen des elektrischen Feldes:

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (4)$$

Die Gleichungen (1) bis (4) bezeichnet man als das System der maxwellschen Gleichungen. Sie beschreiben jedes elektromagnetische Feld vollständig und ihre Lösung ist eindeutig. Wenn man ein elektromagnetisches Feld gefunden hat, welches sowohl den maxwellschen Gleichungen als auch den Randbedingungen genügt, dann ist dieses die einzige Lösung. Gleichung (3) besagt, dass es keine magnetischen Monopole gibt. Man sagt, das magnetische Feld sei *quellenfrei*.

Materialgleichungen:

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu_r \mu_0 \cdot \vec{H}$$

Randbedingungen an ideal leitenden Grenzflächen:

$$\vec{E}_{\text{tan}} = \vec{0} \qquad \vec{H}_{\text{norm}} = \vec{0}$$

Randbedingungen an dielektrischen, nichtleitenden Grenzflächen:

$$\vec{E}_{\text{tan}}^+ = \vec{E}_{\text{tan}}^- \qquad \vec{H}_{\text{tan}}^+ = \vec{H}_{\text{tan}}^-$$

Feldkonstanten:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \approx 1,2566 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$$

$$\epsilon_0 = 8,8543 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \approx \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ As/Vm}$$

1.4 Skineffekt

Eindringtiefe (äquivalente Leitschichtdicke):

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu_0 \mu_r}}$$

Stromdichte:

$$J(z) = J_0 \cdot e^{-\left(\frac{z}{\delta}\right)} \cdot e^{-j\left(\frac{z}{\delta}\right)}$$

Spezifische Oberflächenimpedanz:

$$Z_* = (1 + j)R_* = (1 + j) \frac{1}{\kappa \delta} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{2 \kappa}}$$

Beziehung zwischen der Oberflächenstromdichte \vec{J}_* und der tangentialen magnetischen Feldstärke \vec{H}_{tan} an der Oberfläche:

$$\vec{J}_* = \vec{n} \times \vec{H}_{\text{tan}}$$

1.5 Ebene Wellen

Für den betrachteten Sonderfall, dass der gesamte Raum mit einem homogenen, nichtleitenden und raumladungsfreien Dielektrikum erfüllt ist, nimmt das System der Maxwell'schen Gleichungen folgende Form an:

$$\begin{aligned} -\text{rot } \vec{E} &= j\omega\mu\vec{H} & \text{div } \vec{H} &= 0 \\ \text{rot } \vec{H} &= j\omega\epsilon\vec{E} & \text{div } \vec{E} &= 0 \end{aligned}$$

Induktionsgesetz in kartesischen Koordinaten:

$$\begin{aligned} - \left\{ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right\} &= j\omega\mu H_y \\ - \left\{ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right\} &= j\omega\mu H_z \\ - \left\{ \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right\} &= j\omega\mu H_x \end{aligned}$$

Durchflutungsgesetz in kartesischen Koordinaten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j\omega\varepsilon E_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j\omega\varepsilon E_z \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= j\omega\varepsilon E_x \end{aligned}$$

Induktions- und Durchflutungsgesetz für $\vec{E}(P) = E_y(z)\vec{e}_y$ und $\vec{H}(P) = H_x(z)\vec{e}_x$:

$$\frac{dE_y}{dz} = j\omega\mu H_x \qquad \frac{dH_x}{dz} = j\omega\varepsilon E_y$$

Eindimensionale Wellendifferenzialgleichung für $E_y(z)$:

$$\frac{d^2 E_y(z)}{dz^2} + \omega^2 \mu \varepsilon E_y(z) = 0$$

Lösung der Wellendifferenzialgleichung:

$$E_y(z) = E_h e^{-\gamma z} + E_r e^{+\gamma z}$$

Elektrische Feldstärke der hinlaufenden Welle zum Zeitpunkt t :

$$e_{yh}(z, t) = \text{Re}\{E_h e^{-\gamma z} \cdot e^{j\omega t}\} = |E_h| \cdot \cos(\omega t - \beta z + \Phi_h)$$

Tabelle 2 enthält eine Übersicht der wichtigsten Kenngrößen einer homogenen ebenen Welle. Die Phasengeschwindigkeit ist nicht frequenzabhängig. Das bedeutet, dass der freie Raum *dispersionsfrei* ist und daher jede beliebige Signalform verzerrungsfrei übertragen werden kann.

1.6 Leitungstheorie

Spannung und Strom:

$$\begin{aligned} U(z) &= U_h \cdot e^{-\gamma z} + U_r \cdot e^{+\gamma z} \\ I(z) &= \underbrace{\frac{U_h}{Z_L} \cdot e^{-\gamma z}}_{\text{hinlaufende Welle}} - \underbrace{\frac{U_r}{Z_L} \cdot e^{+\gamma z}}_{\text{reflektierte Welle}} \end{aligned}$$

Tabelle 2: Kenngrößen der homogenen ebenen Welle

Kenngröße	Berechnung
Phasengeschwindigkeit	$v_P = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$ mit $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Wellenlänge	$\lambda = \frac{v_P}{f} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$ mit $\lambda_0 = \frac{c_0}{f}$
Phasenkonstante	$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v_P}$ mit $v_P = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$
Feldwellenwiderstand	$Z_F = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = Z_{F0} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$ mit $Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 120\pi \Omega \approx 377 \Omega$
Poynting-Vektor	$\vec{P}_* = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \vec{E} \times \vec{H}^* \}$
Strahlungsleistungsdichte	$P_* = \vec{P}_* = \frac{1}{2} \frac{ \vec{E} ^2}{Z_F} = \frac{1}{2} \vec{H} ^2 \cdot Z_F$

Ausbreitungsmaß:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

Wir nennen α die Dämpfungskonstante und β die Phasenkonstante. Dabei beschreibt α die exponentielle Abnahme der Strom- und Spannungsamplitude als Folge von Leitungsverlusten. Bei verlustfreien Leitungen ist $\alpha = 0$ und es erfolgt daher keine Änderung des Betrages von U oder I entlang der Leitung.

Wellenwiderstand und Phasenkonstante einer verlustfreien Leitung:

$$Z_L = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad \beta = \omega \cdot \sqrt{L' C'} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Leistung:

$$\begin{aligned} S &= P + jQ = \frac{1}{2} U I^* = \frac{1}{2} |I|^2 Z = \frac{1}{2} |U|^2 Y^* \\ |S| &= \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{1}{2} |U| |I| = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \\ P &= \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} U I^* \right\} = \frac{1}{2} |I|^2 \text{Re} \{ Z \} = \frac{1}{2} |U|^2 \text{Re} \{ Y \} \\ Q &= \text{Im} \left\{ \frac{1}{2} U I^* \right\} = \frac{1}{2} |I|^2 \text{Im} \{ Z \} = -\frac{1}{2} |U|^2 \text{Im} \{ Y \} \end{aligned}$$

Die in einem Zweipol umgesetzte mittlere Leistung ist ausschließlich vom Realteil seiner Impedanz bzw. Admittanz bestimmt. Diese Wirkleistung kann bei einem passiven

Zweipol nicht negativ sein. Folglich muss $\operatorname{Re}\{Z\} \geq 0$ bzw. $\operatorname{Re}\{Y\} \geq 0$ gelten. Die Blindleistung kann sowohl positiv als auch negativ sein.

Reflexionsfaktor:

$$r \Big|_{z=0} = \frac{U_r}{U_h} = \frac{Z - Z_L}{Z + Z_L} = \frac{z - 1}{z + 1} \quad \rightsquigarrow \quad z = \frac{1 + r}{1 - r}$$

Transformation des Reflexionsfaktors r_2 und der Impedanz Z_2 über eine Leitung der Länge ℓ :

$$Z_1 = Z_L \cdot \frac{Z_2 + Z_L \tanh(\gamma \ell)}{Z_L + Z_2 \tanh(\gamma \ell)} \stackrel{(\alpha=0)}{=} Z_L \cdot \frac{Z_2 + j Z_L \tan(\beta \ell)}{Z_L + j Z_2 \tan(\beta \ell)}$$

$$r_1 = r_2 \cdot e^{-2\gamma \ell}$$

Wichtige Spezialfälle:

$$Z_1 = \frac{Z_L^2}{Z_2} \rightsquigarrow z_1 = \frac{1}{z_2} \quad \lambda/4\text{-Transformator } (\beta \ell = \pi/2)$$

$$Z_1 = j Z_L \tan(\beta \ell) \quad \text{kurzgeschlossene Leitung } (Z_2 = 0)$$

Stehwellenverhältnis (SWR¹):

$$s = \left| \frac{U_{\max}}{U_{\min}} \right| = \left| \frac{I_{\max}}{I_{\min}} \right| = \frac{1 + |r|}{1 - |r|}$$

Anpassungsfaktor:

$$m = \frac{1}{s} = \frac{1 - |r|}{1 + |r|} \quad \rightsquigarrow \quad |r| = \frac{1 - m}{1 + m} = \frac{s - 1}{s + 1}$$

Leitungsbeläge der Koaxialleitung:

$$C' = \frac{2 \pi \varepsilon_0 \varepsilon_r'}{\ln(D/d)} \quad L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

$$G' = \omega \cdot C' \cdot \tan \delta \quad R' = \frac{R_*}{\pi} \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d}\right)$$

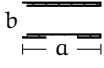


Näherungsformeln für die Dämpfungskonstante einer Koaxialleitung mit kleinen Verlusten:

$$\alpha_L \approx \frac{R_*}{Z_{F0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_r'}{\mu_r'}} \cdot \frac{1 + D/d}{D \cdot \ln(D/d)} \propto \sqrt{f} \quad \text{Leiterverluste}$$

$$\alpha_D \approx \frac{1}{2} \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\varepsilon_r' \mu_r'} \left(\frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'} + \frac{\mu_r''}{\mu_r'} \right) \propto f \quad \text{dielektrische Verluste}$$

¹engl.: standing wave ratio

Tabelle 3: Wellenwiderstände einiger Leitungstypen

Typ	Leitungswellenwiderstand	Querschnitt
Bandleitung	$Z_L = \frac{Z_{F0}}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{b}{a}$	
Doppelleitung	$Z_L = \frac{Z_{F0}}{\pi\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{2D}{d}\right)$	
Koaxialleitung	$Z_L = \frac{Z_{F0}}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) \approx \frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)$	

Die Dämpfungskonstante α setzt sich näherungsweise additiv aus den Anteilen der Leiterverluste und der dielektrischen Verluste zusammen.

Elektrische Feldstärke im Dielektrikum einer Koaxialleitung:

$$E_r(r) \Big|_z = \begin{cases} \frac{U(z)}{r \cdot \ln(D/d)} & \text{für } d/2 \leq r \leq D/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

In positiver z-Richtung transportierte Wirkleistung:

$$P_W = \frac{1}{2} \frac{|U_h|^2}{Z_L} - \frac{1}{2} \frac{|U_r|^2}{Z_L} = \frac{1}{2} \frac{|U_h|^2}{Z_L} (1 - |r|^2)$$

2 Elektrische Werkstoffe und Bauelemente bei höheren Frequenzen

2.1 Leiter und Widerstände

Gleichstromwiderstand:

$$R_0 = \frac{\ell}{A_0 \kappa}$$

Hochfrequenzwiderstand:

$$R_{\sim} = \frac{\ell}{A_{\sim} \kappa} \quad \text{mit} \quad A_{\sim} \approx D \cdot \pi \cdot \delta \quad \rightsquigarrow \quad \frac{R_{\sim}}{R_0} = \frac{1}{4} \frac{D}{\delta} \quad \text{und} \quad R_{\sim} \propto \sqrt{f}$$

2.2 Kondensatoren

Kapazität eines rechteckigen Plattenkondensators:

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{a \cdot b}{\Delta}$$

Näherungsweise Berücksichtigung der Randstreuung:

$$a \mapsto a + \frac{\Delta}{2} \qquad b \mapsto b + \frac{\Delta}{2}$$

Komplexe Dielektrizitätszahl zur Beschreibung dielektrischer Verluste:

$$\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' = \epsilon_r e^{-j\delta_\epsilon} \approx \epsilon_r (1 - j \tan \delta_\epsilon)$$

Admittanz eines realen (verlustbehafteten) Kondensators:

$$Y = j\omega C + G_p = j\omega C + \omega C \tan \delta_\epsilon$$

Umrechnung zwischen Parallel- und Serienverlustwiderstand von reaktiven Bauelementen (Spule und Kondensator) mit *kleinen* Verlusten:

$$R_p R_s = X^2 \quad \text{mit} \quad X_L = \omega L \quad \text{bzw.} \quad X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

Definition der Güte Q von verlustbehafteten reaktiven Bauelementen:

$$Q_C = \frac{\omega C}{G_p} = \frac{1}{\omega C R_s} = \frac{1}{\tan \delta_C} \qquad Q_L = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{1}{\omega L G_p} = \frac{1}{\tan \delta_L}$$

2.3 Induktivitäten

Definition der Induktivität einer Stromschleife:

$$L = \frac{\Phi_I}{I}$$

Induktivität eines Kreisringes:

$$L \approx \mu R \cdot \left(\ln \frac{R}{r} + 0,08 \right)$$

Induktivität einer Zylinderspule ohne Kern:

$$L \approx \mu_0 \frac{n^2 D^2 \pi}{4 (\ell + 0,45 D)}$$

Induktivität eines Ringkernes mit Luftspalt:

$$L = n^2 \frac{\mu_0 \mu_r A}{\ell_m} \cdot \frac{1}{1 + \mu_r \frac{\ell_L}{\ell_m}}$$

Gegeninduktivität:

$$M = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{\Phi_{21}}{I_2}$$

Koppelfaktor:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad 0 \leq k \leq 1$$

Gekoppelte Induktivitäten:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} L_1 & \pm M \\ \pm M & L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Reihenschaltung gekoppelter Induktivitäten:

$$L_{\text{ges}} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

3 Passive lineare Schaltungen

3.1 Transformationsschaltungen bei einer Frequenz

Transformation von Wirkwiderständen in Resonanzkreisen:

$$R_2 = \left(\frac{C_1 + C_2}{C_2} \right)^2 R_1 \quad (\text{Abb. 2a})$$

$$R_2 = \left(\frac{L_1 + L_2}{L_1} \right)^2 R_1 \quad (\text{Abb. 2b})$$

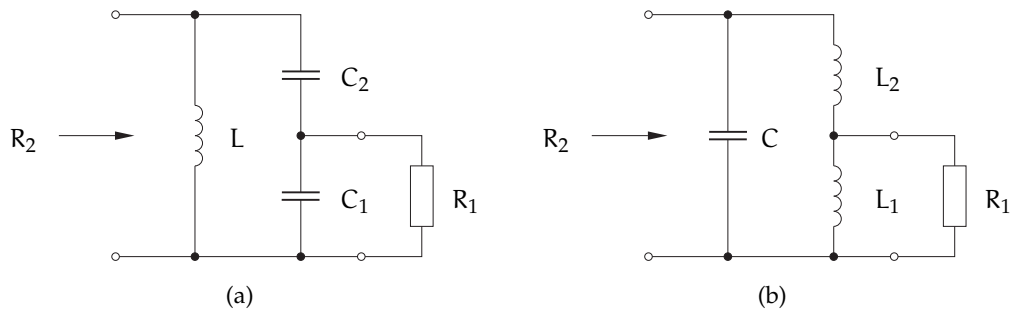


Abb. 2: Transformation von Wirkwiderständen durch Teilankopplung an Resonanzkreise

3.2 Resonanzschaltungen

Serienresonanzkreis:

$$Z(\omega) = R + jX(\omega) = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + jX_R \left(\frac{\omega}{\omega_R} - \frac{\omega_R}{\omega} \right) = R(1 + jF)$$

Resonanzfrequenz ($\text{Im}\{Z(\omega_R)\} = X(\omega_R) = 0$):

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Resonanzblindwiderstand:

$$X_R = \omega_R L = \frac{1}{\omega_R C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad F = \frac{X_R}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_R} - \frac{\omega_R}{\omega} \right)$$

Güte:

$$Q_K = \frac{X_R}{R_K} = \frac{f_R}{b_K}$$

Spannung am Widerstand:

$$\frac{U_K}{U_0} = \frac{1}{1 + jQ_K \left(\frac{\omega}{\omega_R} - \frac{\omega_R}{\omega} \right)} = \frac{1}{1 + jF}$$

Spannungen an den Blindelementen bei $f = f_R$:

$$U_{L,\max} = j Q_K U_0 \qquad U_{C,\max} = -j Q_K U_0$$

Schmalbandnäherung ($f = f + \Delta f$; $\Delta f \ll f_R$):

$$F = Q_K \frac{2\Delta f}{f_R}$$

Dualität von Serien- und Parallelkreis:

$$\begin{array}{lll} U \iff I & Z \iff Y & L \iff C \\ I \iff U & R \iff G & C \iff L \end{array}$$

4 Elektromagnetische Wellen im Freiraum

4.1 Verlustbehaftete Medien

Wirkverluste können durch komplexe Materialparameter beschrieben werden:

$$\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' \qquad \underline{\mu}_r = \mu_r' - j\mu_r''$$

Hieraus ergibt sich ein komplexes Phasenmaß:

$$\underline{\beta} = \beta' - j\beta'' = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_r \mu_0 \underline{\mu}_r} \approx \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r' \mu_0} - j\beta'' \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'}$$

Zusätzliche Leitfähigkeit des Mediums:

$$\text{rot } \vec{H} = j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} + \kappa \vec{E} = j\omega \varepsilon_0 \vec{E} \left(\varepsilon_r - j \frac{\kappa}{\omega \varepsilon_0} \right) = j\omega \varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_r \vec{E}$$

In Leitern kann i. A. mit $\underline{\varepsilon}_r = -j\kappa/(\omega \varepsilon_0)$ gerechnet werden.

Debye-Beziehung für polare Substanzen:

$$\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon_{r\infty}' + \frac{\varepsilon_{r0}' - \varepsilon_{r\infty}'}{1 + j\omega\tau}$$

Mittlerer Leistungsfluss:

$$P_{*z} = \frac{|E_{y0}|^2}{2Z_F} \cdot e^{-2\beta'' z}$$

Spezifische Verlustleistung (W/m³):

$$p_V = \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r'' |E_y|^2 + \frac{1}{2} \omega \mu_0 \mu_r'' |H|^2$$

Spezifische Absorptionsrate (W/kg):

$$\text{SAR} = \frac{p_V}{\rho} = c_W \frac{dT}{dt}$$

4.2 Reflexion an Grenzflächen

Senkrechter Einfall einer ebenen Welle auf eine unendlich ausgedehnte ebene Grenzfläche:

$$r = \frac{E_r}{E_h} = \frac{Z_{L\varepsilon} - Z_L}{Z_{L\varepsilon} + Z_L} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} - 1}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} + 1} \stackrel{(\mu_r=1)}{=} \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}}$$

Die Randbedingungen an der Grenzfläche können ähnlich behandelt werden, wie ein Wellenwiderstandssprung in der Leitungstheorie. Dem entsprechend ist eine ideal leitende Wand durch den Reflexionsfaktor $r = -1$ gekennzeichnet. Sie entspricht einem Kurzschluss im Leitungsersatzschaltbild.

4.3 Hohlleiterwellen

Im (homogenen) Rechteckhohlleiter kann grundsätzlich zwischen zwei Arten von Feldtypen (auch: Moden) unterschieden werden. Es existieren sogenannte H_{mn} - und E_{mn} -Typen. Bei den H-Typen besitzt das magnetische Feld eine Komponente in Ausbreitungsrichtung, das elektrische dagegen nicht. Bei den E-Typen kehren sich diese Verhältnisse um. Man nennt daher die H-Typen oft auch *transversal elektrisch* (TE) und die E-Typen *transversal magnetisch* (TM). Die Indizes m und n bezeichnen jeweils die Anzahl der lokalen Feldstärkenmaxima in x - und in y -Richtung.

Grenzwellenlänge des H_{mn}/E_{mn} -Typs im *luftgefüllten* Rechteckhohlleiter mit den Kantenlängen a und b :

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

Mit dielektrischer Füllung des Hohlleiters:

$$\lambda_{c\epsilon} = \lambda_c \sqrt{\epsilon_r} \quad f_{c\epsilon} = \frac{c_0}{\lambda_{c\epsilon}} = \frac{f_c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Grenzwellenlänge und Grenzfrequenz des H_{10} -Typs:

$$\lambda_{c\epsilon} = 2a\sqrt{\epsilon_r} \quad f_{c\epsilon} = \frac{c_0}{2a\sqrt{\epsilon_r}}$$

Hohlleiterwellenlänge:

$$\lambda_z = \lambda_c \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f}{f_{c\epsilon}}\right)^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{0\epsilon}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2}} \quad \text{mit} \quad \lambda_{0\epsilon} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Feldtypwiderstand von H-Wellen:

$$Z_{FH\epsilon} = Z_{F\epsilon} \frac{\frac{f}{f_{c\epsilon}}}{\sqrt{\left(\frac{f}{f_{c\epsilon}}\right)^2 - 1}} = Z_{F\epsilon} \frac{\lambda_z}{\lambda_{0\epsilon}} \quad \text{mit} \quad Z_{F\epsilon} = \frac{Z_{F0}}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Feldtypwiderstand von E-Wellen:

$$Z_{FE\varepsilon} = Z_{F\varepsilon} \frac{\sqrt{\left(\frac{f}{f_{c\varepsilon}}\right)^2 - 1}}{\frac{f}{f_{c\varepsilon}}} = Z_{F\varepsilon} \frac{\lambda_{0\varepsilon}}{\lambda_z} \quad \text{mit} \quad Z_{F\varepsilon} = \frac{Z_{F0}}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Feldkomponenten der H_{mn} -Wellen:

$$\begin{aligned} E_x &= -A Z_F \frac{n}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} & H_x &= -A \frac{m}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\ E_y &= A Z_F \frac{m}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} & H_y &= -A \frac{n}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\ E_z &= 0 & H_z &= jA \frac{2\lambda_z}{\lambda_c^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \end{aligned}$$

Wirkleistung der H_{10} -Welle im Rechteckhohlleiter:

$$P_W = \frac{a \cdot b}{4} \cdot \frac{|E_0|^2}{Z_{FH}} = \frac{a \cdot b}{4} \cdot \max\{|H_x|^2\} \cdot Z_{FH}$$

4.4 Antennen

Strahlungsfeld des hertzischen Dipols:

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{Z_{F0}}{2\pi} \cdot I \cdot \Delta \cdot \cos \vartheta \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{j\beta_0 r^3} \right) e^{-j\beta_0 r} \\ E_\vartheta &= j \frac{Z_{F0}}{2\lambda_0} \cdot I \cdot \Delta \cdot \sin \vartheta \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{j\beta_0 r^2} - \frac{1}{\beta_0^2 r^3} \right) e^{-j\beta_0 r} \\ H_\varphi &= j \frac{1}{2\lambda_0} \cdot I \cdot \Delta \cdot \sin \vartheta \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{j\beta_0 r^2} \right) e^{-j\beta_0 r} \end{aligned}$$

Fernfeldnäherung ($r \gg \lambda_0$):

$$\begin{aligned} E_\vartheta &= j \frac{Z_{F0}}{2\lambda_0} \cdot \frac{I \cdot \Delta}{r} \cdot \sin \vartheta \cdot e^{-j\beta_0 r} \\ H_\varphi &= j \frac{1}{2\lambda_0} \cdot \frac{I \cdot \Delta}{r} \cdot \sin \vartheta \cdot e^{-j\beta_0 r} \end{aligned}$$

Die Radialkomponente E_r des elektrischen Feldes ist praktisch gleich 0. Die orthogonalen Komponenten E_ϑ und H_φ sind in Phase, d. h. es findet ausschließlich Wirkleistungstransport statt.

Strahlungswiderstand des hertzischen Dipols:

$$R_S = 80 \Omega \cdot \pi^2 \left(\frac{\Delta}{\lambda_0} \right)^2$$

Isotroper Kugelstrahler:

$$P_{*,i} = \frac{P_S}{4\pi r^2} \quad (\text{Strahlungsleistungsdichte})$$

$$A_{W,i} = \frac{\lambda_0^2}{4\pi} \quad (\text{Wirkfläche})$$

Wellenwiderstand eines Dipols:

$$Z_L \approx 120 \Omega \cdot \ln \frac{1,15 h}{d}$$

Strahlungswiderstand elektrisch kurzer Antennen:

$$R_S = 80 \Omega \cdot \pi^2 \left(\frac{\ell_{\text{eff}}}{\lambda_0} \right)^2 \quad jX_A = -jZ_L \cot \beta h$$

Die effektive Länge ℓ_{eff} ergibt sich aus einer Umverteilung der tatsächlichen Strombelegung $I(x)$ in eine konstante Strombelegung derart, dass sowohl der Speisestrom I_A an den Klemmen als auch $\int I(x) dx$ gleich bleiben. Bei dreieckförmiger Strombelegung $I(x) = I_A(h - |x|)/h$ ist also $\ell_{\text{eff}} = \ell/2$.

Gruppencharakteristik zweier isotroper Strahler:

$$F_G(\vartheta, \varphi) = \left| \cos \frac{\delta(\vartheta, \varphi)}{2} \right|$$

Dabei ist $\delta(\vartheta, \varphi)$ der gesamte richtungsabhängige Gangunterschied zwischen den Fernfeldbeiträgen beider Strahler. Eine eventuelle Speisephase ψ ist dem Gangunterschied δ additiv zuzuschlagen.

Multiplikatives Gesetz:

$$\begin{aligned} \text{Gesamtcharakteristik} &= \text{Einzelcharakteristik} \times \text{Gruppencharakteristik} \\ F_R(\vartheta, \varphi) &= F_E(\vartheta, \varphi) \times F_G(\vartheta, \varphi) \end{aligned}$$

Das multiplikative Gesetz gilt für Strahlergruppen aus identischen Einzelstrahlern. Die Analyse der Strahlergruppe unter der Annahme, die Einzelelemente seien isotrope Kugelstrahler, führt auf die so genannte Gruppencharakteristik $F_G(\vartheta, \varphi)$. Diese ist zu multiplizieren mit der Richtcharakteristik $F_E(\vartheta, \varphi)$ der Einzelelemente.

Beispiel 1 Betrachtet man die Richtcharakteristik $F_R(\vartheta, \varphi)$ einer Gruppe von z-parallelen hertzischen Dipolen in der H-Ebene ($\vartheta = 90^\circ$), so ist $F_R(90^\circ, \varphi) = F_G(90^\circ, \varphi)$, weil $F_E(90^\circ, \varphi) = 1$. Bei der Berechnung der Richtcharakteristik in der E-Ebene ist jedoch die Einzelcharakteristik $F_E(\vartheta, \varphi = \text{const}) = |\sin \vartheta|$ zu berücksichtigen.

Wichtige Einzelcharakteristiken:

$$F_E(\vartheta, \varphi) = |\sin \vartheta| \quad (\text{hertzscher Dipol})$$

$$F_E(\vartheta, \varphi) = \left| \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \vartheta\right)}{\sin \vartheta} \right| \quad (\lambda/2\text{-Dipol})$$

Leerlaufspannung einer Rahmenantenne ($A = h \cdot d \ll \lambda_0^2$):

$$U_0 = j\omega\mu_0 H_0 \cdot h \cdot d \cdot \sin \varphi = j\beta_0 E_0 \cdot h \cdot d \cdot \sin \varphi$$

4.5 Freiraumausbreitung

Wirkfläche einer Antenne mit dem Gewinn G:

$$A_W = A_{W,i} \cdot G = \frac{\lambda_0^2}{4\pi} \cdot G$$

Abschätzung der Halbwertsbreite einer Antenne:

$$\gamma \approx 70^\circ \cdot \frac{\lambda_0}{D}$$

Abschätzung der Fernfeldgrenze:

$$R \approx 2 \frac{D^2}{\lambda_0}$$

D ist die größte Ausdehnung der Antennenapertur.

Empfangsleistung bei einer Freiraumfunkstrecke:

$$P_E = \frac{P_S \cdot G_S}{4\pi r^2} \cdot A_W = \frac{P_S \cdot G_S}{4\pi r^2} \cdot \frac{\lambda_0^2}{4\pi} \cdot G_E = \frac{\lambda_0^2}{(4\pi r)^2} \cdot G_S \cdot G_E \cdot P_S$$

Zahlenwertgleichung für die Funkfelddämpfung (auch: Freiraumdämpfung):

$$\frac{a_F}{\text{dB}} = -10 \log \frac{\lambda_0^2}{(4\pi r)^2} = 92,4 + 20 \log \frac{f}{\text{GHz}} + 20 \log \frac{r}{\text{km}}$$

4.6 Brechung und Reflexion in der Atmosphäre

Reflexion an einer dielektrischen Grenzschicht:

$$r_{\perp} = \frac{E_r}{E_h} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \alpha_1 - \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \alpha_1}}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos \alpha_1 + \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \alpha_1}}$$

$$r_{\parallel} = \frac{E_r}{E_h} = \frac{\varepsilon_2 \cos \alpha_1 - \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_1^2 \sin^2 \alpha_1}}{\varepsilon_2 \cos \alpha_1 + \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_1^2 \sin^2 \alpha_1}}$$

Die Brechung in der Atmosphäre bewirkt, dass der *Funkhorizont* größer ist, als der *geometrische Horizont*. Dieses kann durch einen größeren effektiven Erdradius $k_e \cdot R$ berücksichtigt werden.

Funkhorizont:

$$d_{\text{Funk}} = \sqrt{2 \cdot k_e \cdot R \cdot h_A} = \sqrt{2 \cdot (4/3) \cdot R \cdot h_A}$$

Die Reflexion an der F-Schicht der Ionosphäre ist gekennzeichnet durch eine größte Frequenz f_K , bei der die Ionosphäre bei senkrechtem Einfall gerade noch reflektiert. Bei schrägem Einfall verschiebt sich diese Grenze nach oben (MUF^2).

Ionosphärenreflexion:

$$\text{MUF} = \frac{f_K}{\cos \alpha}$$

4.7 Beugung

Die Beugung an einer leitenden Halbebene wird beschrieben durch den kennzeichnenden Parameter $ka = \sqrt{2/(r\lambda_0)} \cdot a$ und durch die in Abb. 3 gezeigte Funktion $|E_S/E_0| = f(ka)$.

5 Aufbau von Sendern und Empfängern

5.1 Nichtlineare Kennlinien

$i(u)$ -Kennlinie einer Halbleiterdiode:

$$i = I_S \cdot \left(e^{u/U_T} - 1 \right)$$

Die Temperaturspannung beträgt bei Raumtemperatur $U_T \approx 25 \text{ mV}$.

²engl.: maximum usable frequency

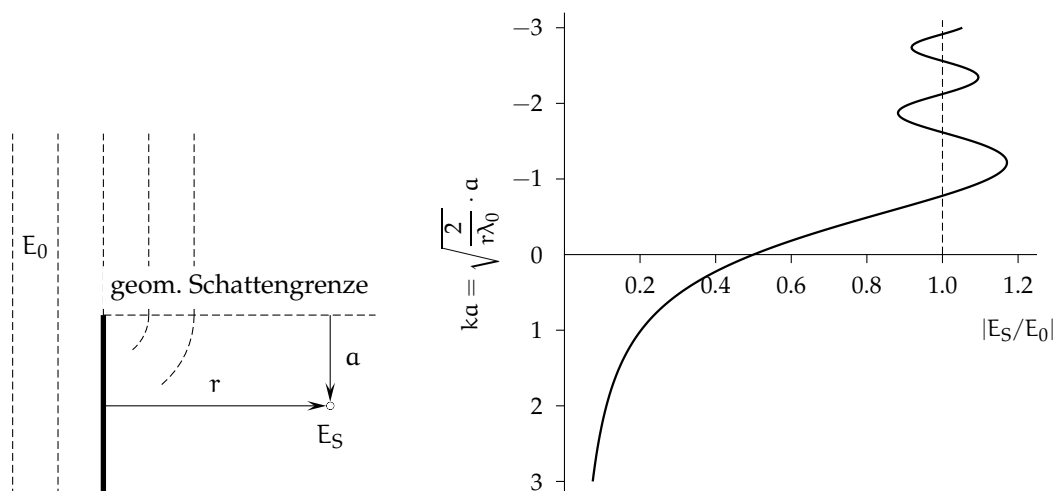


Abb. 3: Beugung an einer leitenden Halbebene

Potenzreihenentwicklung einer nichtlinearen Kennlinie im Arbeitspunkt $AP(U_0, I_0)$:

$$\begin{aligned}
 i(t) &= i(U_0) + \left. \frac{di}{du} \right|_{U_0} \cdot \Delta u + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2i}{du^2} \right|_{U_0} \cdot \Delta u^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3i}{du^3} \right|_{U_0} \cdot \Delta u^3 + \dots \\
 &= I_0 + S \cdot \Delta u + k_2 \cdot \Delta u^2 + k_3 \cdot \Delta u^3 + \dots
 \end{aligned}$$

5.2 Mischer

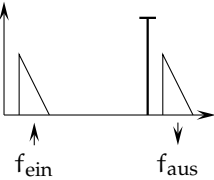
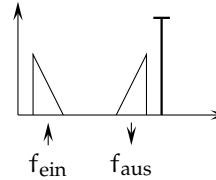
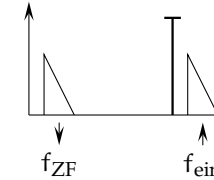
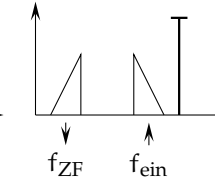
Durch Aussteuerung einer nichtlinearen Kennlinie mit einem zweifrequenten Signal (f_1 und f_2) entstehen (im allgemeinen) Stromkomponenten bei den Mischfrequenzen $f_\nu = |\pm m f_1 \pm n f_2|$ mit $m, n \in \mathbb{N}$. Im Spezialfall $m = n = 1$ spricht man von *Grundwellenmischung*. Kennzeichen der *Regellagekonversion* ist die gleichläufige Änderung von f_{aus} (bzw. f_{ZF}) und f_{ein} . Wenn f_{ein} wächst, dann wächst auch f_{aus} (bzw. f_{ZF}). Bei *Kehrlagekonversion* wird die Ausgangsfrequenz kleiner, wenn die Eingangsfrequenz wächst (Tabelle 4).

5.3 Schwingungserzeugung

Anschwingbedingung bei Entdämpfung eines Parallelresonanzkreises:

$$G_n = G_L \quad \wedge \quad \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

Tabelle 4: Verschiedene Konversionsarten bei Grundwellenmischung

Aufwärts		Abwärts	
Regellage	Kehrlage	Regellage	Kehrlage
$f_{\text{aus}} = f_{\text{T}} + f_{\text{ein}}$	$f_{\text{aus}} = f_{\text{T}} - f_{\text{ein}}$	$f_{\text{ZF}} = f_{\text{ein}} - f_{\text{LO}}$	$f_{\text{ZF}} = f_{\text{LO}} - f_{\text{ein}}$
oberes Seitenband	unteres Seitenband	$f_{\text{ein}} > f_{\text{LO}}$	$f_{\text{ein}} < f_{\text{LO}}$
			

Anschwingbedingung bei Rückkopplung eines Verstärkers:

$$|k| \cdot |v| = 1 \quad \wedge \quad \varphi_v + \varphi_k = 2n\pi \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}_0$$

5.4 Hochfrequenzverstärker

Steilheit von Transistoren:

$$S = \left. \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} \right|_{U_{DS}=\text{const}} \quad (\text{FET})$$

$$S = \left. \frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}} \right|_{U_{CE}=\text{const}} \quad (\text{Bipolar-T.})$$

Näherungsformeln (Ersatzschaltbild nach Giacioletto):

$$r_e = \frac{U_T}{I_{E,\text{gleich}}} \quad g_{b'e} = \frac{1}{\beta_0 r_e} \quad C_{b'e} \approx \frac{1}{2\pi f_T r_e}$$

Der Gewinn von HF-Verstärkern wird üblicherweise auf die maximal verfügbare Leistung $P_{1V} = |I_0|^2 R_i / 8$ der Eingangs-Signalquelle bezogen:

$$G = \frac{P_2}{P_{1V}} = 4S^2 R_i R_L$$

Übertragungskennlinie eines n-Kanal-FET (Verarmungstyp, selbstleitend):

$$I_D(U_{GS}) \approx I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p} \right)^2$$

5.5 Rauschen

Verfügbare Rauschleistung eines thermisch rauschenden ohmschen Widerstands:

$$P_V = \frac{|\tilde{U}_R|^2}{4R} = k T \cdot \Delta f$$

Verfügbare Rauschleistung bei Raumtemperatur:

$$\frac{P_V}{\text{dBm}} = -174 + 10 \log \frac{\Delta f}{\text{Hz}} \quad \text{bei } T = T_0 = 300 \text{ K}$$

Boltzmann-Konstante:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws/K}$$

Serienschaltung von Rauschspannungsquellen:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_R &= \sqrt{\tilde{U}_{R1}^2 + \tilde{U}_{R2}^2} \quad (\text{unkorreliert}) \\ \tilde{U}_R &= \tilde{U}_{R1} + \tilde{U}_{R2} \quad (\text{voll korreliert}) \end{aligned}$$

Verfügbare Rauschleistung am Ausgang eines rauschenden Zweiters:

$$N_2 = k \Delta f G T_1 + k \Delta f G T_1 F_Z(T_1)$$

Weil die verfügbare zusätzliche Rauschleistung $k \Delta f G T_1 F_Z(T_1)$ konstant ist, hängt die Zusatzrauschzahl F_Z von der Generatortemperatur ab ($T_1 F_Z(T_1) = \text{const}$).

Umrechnung der Zusatzrauschzahl auf eine andere Generatortemperatur:

$$F_Z(T_1) = \frac{T_0}{T_1} \cdot F_Z(T_0)$$

Üblicherweise bezieht sich die Spezifikation der Rauschzahl auf die Raumtemperatur (so genannte Standard-Rauschzahl, $T_0 = 293 \text{ K}$).

Kettenrauschzahl:

$$F_{Z,\text{ges}} = F_{Z1} + \frac{F_{Z2}}{v_{p1}} + \frac{F_{Z3}}{v_{p1}v_{p2}} + \dots + \frac{F_{ZN}}{v_{p1}v_{p2} \dots v_{pN-1}}$$

Systemrauschtemperatur:

$$T_S = T_A + F_Z \cdot T_0$$

Empfänger-Grenzfeldstärke:

$$\tilde{E}_g = \frac{1}{h_{\text{eff}}} \sqrt{4 k T_S R_i \cdot \Delta f}$$